

Modellierung – WS 2016/2017

Präsenzübung 9

19. Dezember - 22. Dezember 2016

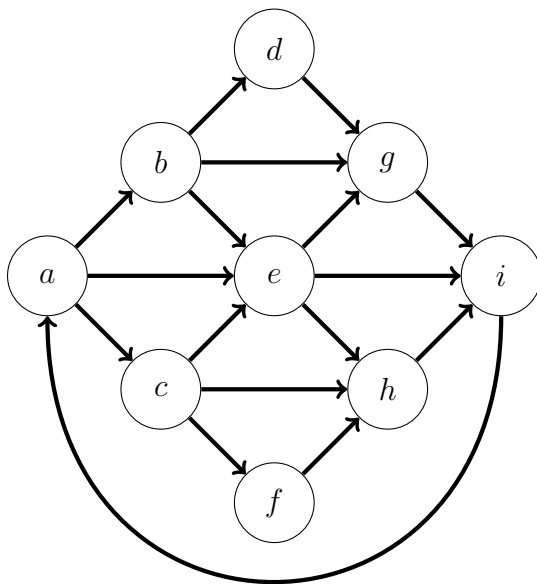
(Dieser Übungszettel enthält 5 Aufgaben)

Hinweis: In der Präsenzübung haben Sie die Möglichkeit unter Anleitung Ihres Tutors, das Entwickeln von Lösungen zu üben und Ihre Fragen zu klären. Jeder Präsenzübungszettel enthält eine große Auswahl an Aufgaben, von denen ein Teil in der Präsenzübung besprochen wird. Es ist *nicht* das Ziel der Präsenzübung "Musterlösungen" zu verteilen.

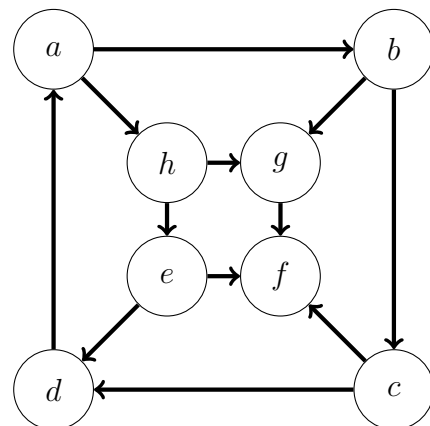
Aufgabe 1 (Kurze Wiederholung: Begriffe)

Gegeben seien die folgenden Graphen G_1 und G_2 .

Graph G_1 :



Graph G_2 :



1. Geben Sie für $G_2 = (V_2, A_2)$ die Mengen V_2 und A_2 extensional an.
2. Geben Sie den Eingangsgrad und den Ausgangsgrad jeweils für die Knoten a , b und d an.
3. Geben Sie in den Graphen einen Pfad der Länge 6 an.
4. Finden Sie in den Graphen einen Kreis der Länge 4 (falls vorhanden).
5. Finden Sie in den Graphen einen Kreis der Länge 9 (falls vorhanden).
6. Betrachten Sie den für den Graphen G_1 zugrunde liegenden ungerichteten Graphen und finden Sie einen Spannbaum für diesen Graphen, der sechs Blätter hat.

7. Sind die den Graphen G_1 und G_2 zugrunde liegenden ungerichteten Graphen bipartit?
8. Sind G_1 und G_2 stark zusammenhängend?

Aufgabe 2 (Starke Zusammenhangskomponenten)

1. Entscheiden Sie für die folgenden Graphen, ob sie stark zusammenhängend sind.
 - a) $G_1 = (V_1, A_1)$ mit $V_1 = \{a, b, c, d, e, f\}$ und
 $A_1 = \{(b, a), (b, e), (a, d), (d, a), (a, e), (a, c), (e, c), (c, f), (f, e)\}$.
 - b) $G_2 = (V_2, A_2)$ mit $V_2 = \{a, b, c, d, e, f\}$ und
 $A_2 = \{(a, c), (a, e), (b, c), (b, e), (c, d), (d, a), (e, f), (f, b)\}$.
2. Wie würden Sie den Begriff *starke Zusammenhangskomponente* eines Graphen definieren? Orientieren Sie sich dabei an den Begriffen *Zusammenhangskomponente* für ungerichtete Graphen und *stark zusammenhängend* für gerichtete Graphen.
3. Geben Sie die starken Zusammenhangskomponenten der obigen Graphen an.

Aufgabe 3 (Beweisen)

Beweisen oder widerlegen Sie jeweils die folgende Aussage.

Jeder ungerichtete Graph mit $n \geq 2$ Knoten enthält mindestens zwei Knoten mit gleichem Grad.

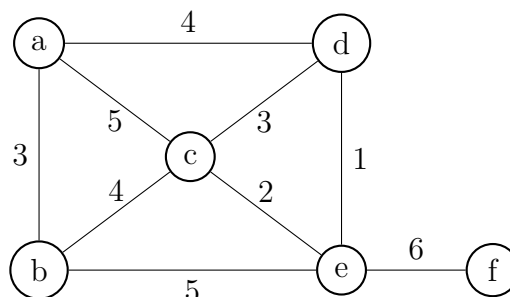
Aufgabe 4 (Graphen, Beweisen)

Beweisen Sie: Für $d \geq 2$ enthält der Graph Q_d für jedes $2 \leq i \leq d$ jeweils mindestens einen einfachen Kreis der Länge $2 \cdot i$.

Hinweis: Q_d bezeichnet den d -dimensionalen Hyperwürfel.

Aufgabe 5 (Spannbäume)

Gegeben sei folgender Graph:



Geben Sie alle minimalen Spannbäume des Graphen sowie deren Gewicht an.