Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Eyke Hüllermeier

25. November 2016

Modellierung – WS 2016/2017

Präsenzübung 6
28. November - 2. Dezember 2016
(Dieser Übungszettel enthält 5 Aufgaben)

Hinweis: In der Präsenzübung haben Sie die Möglichkeit unter Anleitung Ihres Tutors, das Entwickeln von Lösungen zu üben und Ihre Fragen zu klären. Jeder Präsenzübungszettel enthält eine große Auswahl an Aufgaben, von denen ein Teil in der Präsenzübung besprochen wird. Es ist *nicht* das Ziel der Präsenzübung "Musterlösungen" zu verteilen.

Aufgabe 1 (Beweistechniken, Prädikatenlogik)

Zu jeder endlichen Menge natürlicher Zahlen gibt es eine Menge natürlicher Zahlen mit größerer Kardinalität.

Beweisen Sie diesen Satz indirekt indem Sie

1. den Satz durch eine prädikatenlogische Formel α mit einer zugehörigen formal definierten Interpretation $\Im$ modellieren.
2. zeigen, dass die Annahme $\Im(\neg\alpha) = w$ zum Widerspruch führt.

Aufgabe 2 (Formalisieren)
Gegeben seien die folgenden Prädikate:

- *Person(x)* bedeutet, dass x eine Person ist.
- *Bar(x)* bedeutet, dass sich x in der Bar befindet.
- *Bestellt(x,y)* bedeutet, dass x y bestellt.
- *Karte(x)* bedeutet, dass x auf der Speise-/Getränkekarte steht.

1. Gegeben sei die prädikatenlogische Formel $\alpha = \forall x(Person(x) \vee Bar(x))$. Geben Sie zwei Interpretationen $\Im_1$, $\Im_2$ an, so dass $\Im_1(\alpha) = w$ und $\Im_2(\alpha) = f$ gilt.
2. Formalisieren Sie die folgenden umgangssprachlichen Aussagen mit Hilfe prädikatenlogischer Formeln. Nutzen Sie dazu die oben aufgeführten Prädikate.
   a) Nicht alle Personen befinden sich in der Bar.
   b) Jeder Gast bestellt einen Swimming Pool.
   c) Manche Besucher bestellen alles, was in der Bar angeboten wird.
   d) Wenn in der Bar ein Swimming Pool und ein Flying Fidel angeboten werde, bestellt Stefan beide Getränke.

Aufgabe 3 (Signatur ergänzen)
Auf Zeichenketten sind viele Operationen definiert. Einige davon sind:

- *emptyString*: eine 0-stellige Operation, die eine leere Zeichenkette erzeugt.
- *addChar*: liefert die Konkatenation aus einer Zeichenkette und einem Zeichen.
- *length*: gibt die Länge der Zeichenkette an.
- *toLowerCase*: wandelt alle Großbuchstaben einer Zeichenkette in Kleinbuchstaben um.
- *isSubstring*: überprüft, ob eine Zeichenkette in einer anderen Zeichenkette enthalten ist.
- *concat*: verkettet zwei Zeichenketten.

Sei die Signatur $\Sigma = (S, F)$ mit

$$S = \{ \quad \text{ZEICHENKETTE, ZEICHEN, NAT, BOOL} \quad \}$$

gegeben. Geben Sie F an.

Aufgabe 4 (Substitution)
Gegeben sei die Menge $\{x, y, z\}$ der Individuenvariablen. Bestimmen sie die Ergebnisse der folgenden Substitutionen:

1. $f(x, g(x, y))\ [x/y]$
2. $f(2, x, g(y, z))\ [x/y, y/z]$
3. $f(2, x, g(y, z))\ [x/y][y/z]$
4. $f(x, y)\ [y/g(z, a)]$
5. $f(x, x)\ [y/g(z, a)]$

Aufgabe 5 (Unifikation, allgemeinster Unifikator)
Welche der nachfolgenden Termpaare sind unifizierbar? Geben Sie ggf. einen allgemeinsten Unifikator an.

1. $f(x, x),\ f(y, y)$
2. $f(x, y),\ f(y, x)$
3. $f(a, x),\ f(y, b)$
4. $f(a, x, x),\ f(y, y, b)$
5. $f(x, x, y, y, x, x),\ f(w, u, u, v, v, w)$
6. $f(a, x, y, y, x, b),\ f(w, u, u, v, v, w)$
7. $g(x, x, y, y, x, x),\ g(u, f(u), v, f(v), w, w)$

8. $g(f(f(f(a, x_0), x_1), x_2)),\ g(f(x_2, f(x_1, f(x_0, a))))$
9. $g(f(x, h(x, h(x, h(x, h(x, x)))), x)),\ g(f(h(y, h(y, h(y, h(y, y)))), y, y))$
10. $g(f(f(f(f(f(a, x_0), x_1), x_2), x_3), z)),\ g(f(x_3, f(x_2, f(x_1, f(x_0, a)))), g(z))$
11. $g(f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, g(y), x_6, x_7, x_8, x_9, g(a), x_6)),$
    $g(f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_5, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{10}, x_1))$

a, b seien Konstanten, x, x_i, y, u, v, w seien Variablen.