Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Eyke Hüllermeier

20. Januar 2017

Modellierung – WS 2016/2017

Präsenzübung 12
23. Januar - 27. Januar 2017
(Dieser Übungszettel enthält 7 Aufgaben)

Hinweis: In der Präsenzübung haben Sie die Möglichkeit unter Anleitung Ihres Tutors, das Entwickeln von Lösungen zu üben und Ihre Fragen zu klären. Jeder Präsenzübungszettel enthält eine große Auswahl an Aufgaben, von denen ein Teil in der Präsenzübung besprochen wird. Es ist *nicht* das Ziel der Präsenzübung "Musterlösungen" zu verteilen.

Aufgabe 1 (Grammatik)
Gegeben sei folgende Grammatik $G = (\{0,1\}, \{S, A, B\}, P, S)$ mit

$$
\begin{array}{rclrcll}
P & = & \{ & \mathrm{S} & ::= & \mathrm{01A} \ , & \\
 & & & \mathrm{S} & ::= & \mathrm{01B} \ , & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \mathrm{0A} \ , & \\
 & & & \mathrm{A} & ::= & \epsilon \ , & \\
 & & & \mathrm{B} & ::= & \mathrm{1B} \ , & \\
 & & & \mathrm{B} & ::= & \epsilon & \}
\end{array}
$$

1. Geben Sie die drei kürzesten Wörter der Sprache an, sowie zusätzlich vier weitere Wörter.
2. Geben Sie die erzeugte Sprache formal in Mengenschreibweise an.
3. Geben Sie einen regulären Ausdruck R mit maximal 20 Zeichen an, sodass $L(R) = L(G)$.

Aufgabe 2 (Grammatiken, Reguläre Ausdrücke)
Gegeben sei der reguläre Ausdruck $R = (01|00)(01|00)^*11(010)^*$. Geben Sie eine Grammatik $G = (T, N, P, S)$ in Backus-Naur-Form an, so dass $L(R) = L(G)$ gilt.

Aufgabe 3 (Reguläre Ausdrücke bilden)
Geben Sie reguläre Ausdrücke mit jeweils maximal 30 Zeichen an, die die folgenden Sprachen beschreiben.

1. $L_1 = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ und } w \text{ endet mit } 110\}$
2. $L_2 = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \setminus \{\epsilon\} \text{ und } w \text{ beginnt und endet mit dem gleichen Symbol } \}$
3. $L_3 = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \setminus \{\epsilon\} \text{ und } w \text{ beginnt mit einer 1 und enthält keine zwei aufeinander folgende Nullen } \}$

Aufgabe 4 (Reguläre Ausdrücke bilden)
Beschreiben Sie folgende Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ mit regulären Ausdrücken mit jeweils maximal 25 Zeichen.

1. Die Menge aller Zeichenketten, die nicht in 00 enden.
2. Die Menge aller Zeichenketten, in denen drei aufeinanderfolgende Nullen auftreten.
3. Die Menge aller Zeichenketten, die mit einer 1 beginnen und die, als eine Zahl in Binärdarstellung interpretiert, durch 4 teilbar sind.

Aufgabe 5 (Beweise)
Zeigen Sie, dass für alle regulären Ausdrücke r, s und t gilt:

(a) $L((rs)t) = L(r(st))$

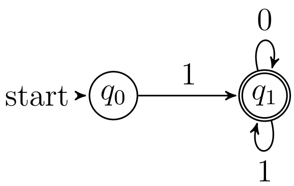
(b) $L((r|s)t) = L(rt|st)$

(c) $L((r|s)|t) = L(r|(s|t))$

Hinweis: Erinnern Sie sich daran, dass für alle regulären Ausdrücke r und s und alle $a \in \Sigma$ gilt:

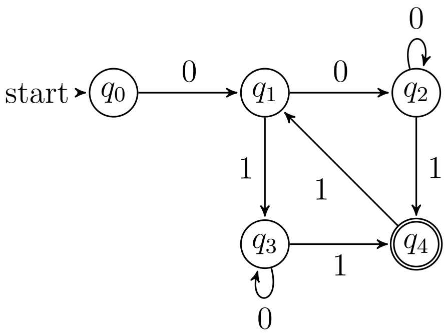
$$\begin{aligned}
L(\epsilon) &= \{\epsilon\} \\
L(a) &= \{a\} \\
L(r|s) &= L(r) \cup L(s) \\
L(rs) &= \{vw \mid v \in L(r), w \in L(s)\} \\
L(r^*) &= \{v_1 v_2 \dots v_n \mid v_i \in L(r), n \in \mathbb{N}\}
\end{aligned}$$

Aufgabe 6 (Automat)
Gegeben sei der folgende DFA A:



1. Beschreiben Sie A formal durch die Angaben $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$.
2. Wie lautet die von A akzeptierte Sprache $L(A)$? Geben Sie diese formal in Mengenschreibweise an.

Aufgabe 7 (DFA, Sprachen, Erweiterte Übergangsfunktion)
Gegeben sei der folgende endliche Automat A:



1. Beschreiben Sie den Automaten A formal als 5-Tupel $(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$.

2. Geben Sie einen regulären Ausdruck R an, sodass $L(A) = L(R)$.

3. Lösen Sie $\delta(q_0, 01110)$ vollständig nach Definition 2 der Vorlesung auf. Geben Sie jeden Zwischenschritt an.