Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Eyke Hüllermeier

25. November 2016

Modellierung – WS 2016/2017

Heimübung 6
Abgabe: 5. Dezember 2016 – 14:00 Uhr
(Dieser Übungszettel enthält 6 Aufgaben mit insgesamt 34 Punkten)

Hinweis: Die Lösungen der Hausaufgaben sind in die Kästen im D3-Flur einzuwerfen. Bilden Sie Gruppen von 3-4 Personen zur Lösung der Aufgaben. Die Lösung muss die Namen und Matrikelnummern derjenigen enthalten, die die Aufgaben gelöst haben, sowie die **Übungsgruppennummer**. Nicht getackerte Abgaben werden nicht korrigiert.

Aufgabe 1 (Aussagenlogik, Induktion) (6 Punkte)
Sei M eine endliche Menge von aussagenlogischen Klauseln. Zeigen Sie per Induktion über die Anzahl Variablen, dass es eine Belegung der Variablen gibt die wenigstens die Hälfte der Klauseln in M erfüllt.

Aufgabe 2 (Beweistechniken, Prädikatenlogik) (8 Punkte)

Wenn das Quadrat jedes von 1 verschiedenen Teilers einer natürlichen Zahl x größer ist als x, dann ist x eine Primzahl.

Beweisen oder widerlegen Sie diesen Satz indem Sie

1. den Satz durch eine prädikatenlogische Formel α mit einer zugehörigen formal definierten Interpretation $\Im$ modellieren.
2. überprüfen, ob die Kontraposition β von α durch $\Im$ erfüllt ist oder nicht.

Aufgabe 3 (Formalisieren) (6 Punkte)
Gegeben seien die folgenden Prädikate:

- *RF(x)* bedeutet, dass x ein Rennfahrer ist.
- *RS(x)* bedeutet, dass x ein Rennstall ist.
- *FF(x,y)* bedeutet, dass x für den Rennstall y fährt.
- *G(x,y)* bedeutet, dass x das Rennen y gewinnt.
- *EQ(x,y)* bedeutet, dass x und y gleich sind.

Formalisieren Sie die folgenden umgangssprachlichen Aussagen mit Hilfe prädikatenlogischer Formeln. Nutzen Sie dazu die oben aufgeführten Prädikate.

1. Jeder Rennstall hat mindestens 2 Rennfahrer.

2. Jeder Fahrer fährt für genau einen Rennstall.
3. Alle Rennfahrer, die für einen Rennstall fahren, gewinnen irgendwann mal ein Rennen.
4. Wenn in einem Rennen kein Fahrer von Mercedes den ersten Platz belegt, belegt ein Fahrer von Ferrari den ersten Platz.

Aufgabe 4 (Korrekte Terme zu Signaturen Bilden) (4 Punkte)
Es sei die Signatur $\Sigma = (S, F)$ gegeben:

$$\begin{array}{rllrll}
S & = \{ & \text{ADD, CHOICE} \quad \} & & & (S_1) \\
F & = \{ & \mathit{sweet}: & & \to \text{ADD}, & (F_1) \\
 & & \mathit{white}: & & \to \text{ADD}, & (F_2) \\
 & & \mathit{noAdd}: & & \to \text{ADD}, & (F_3) \\
 & & \mathit{noChoice}: & & \to \text{CHOICE}, & (F_4) \\
 & & \mathit{press}: & \text{ADD} \times \text{CHOICE} & \to \text{CHOICE} \quad \} & (F_5)
\end{array}$$

Geben Sie je zwei korrekte Terme an, die die Schachtelungstiefen $0, 1, 2, 3$ haben.

Hinweis

- Terme der Schachtelungstiefe 0: Variable und Konstante.
- Ein Term der Schachtelungstiefe i: Anwendung einer Operation auf Unterterme, von denen mindestens einer die Schachtelungstiefe $i - 1$ hat und keiner eine größere Schachtelungstiefe.

Aufgabe 5 (Substitution) (6 Punkte)
Gegeben seien folgende Substitutionen:

- $\sigma_1 = [x/f(x, y, z)]$
- $\sigma_2 = [y/f(y, z, x)]$
- $\sigma_3 = [z/f(z, x, y)]$

Berechnen Sie die Ergebnisse der folgenden zusammengesetzten Substitutionen. Geben Sie dabei auch die Gesamtsubstitution der hintereinander auszuführenden Einzelsubstitutionen an.

1. $f(x, y, z)\sigma_1\sigma_2\sigma_3$
2. $f(x, y, z)\sigma_3\sigma_2\sigma_1$
3. $f(x, y, z)\sigma_1\sigma_1\sigma_1$

Aufgabe 6 (Unifikation) (4 Punkte)
Prüfen Sie welche der folgenden Terme unifizierbar sind, wobei x, y Variablen und a, b Konstanten sind. Schreiben Sie dazu die einzelnen Schritte auf, und geben Sie einen allgemeinsten Unifikator an, wenn er existiert. Wenn ein Termpaar nicht unifizierbar ist, markieren sie die Stelle, an der keine weitere Unifikation möglich ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

1. $f(a, x)$ und $f(x, b)$
2. $f(g(x, h(x)), y)$ und $f(y, g(h(a), z))$
3. $g(x, f(x))$ und $g(y, y)$