

## Modellierung – WS 2016/2017

### Heimübung 3

**Abgabe: 14. November 2016 – 14:00 Uhr**

(Dieser Übungszettel enthält 6 Aufgaben mit insgesamt 30 Punkten)

*Hinweis:* Die Lösungen der Hausaufgaben sind in die Kästen im D3-Flur einzuwerfen. Bilden Sie Gruppen von 3-4 Personen zur Lösung der Aufgaben. Die Lösung muss die Namen und Matrikelnummern derjenigen enthalten, die die Aufgaben gelöst haben, sowie die **Übungsgruppennummer**. Nicht getackerte Abgaben werden nicht korrigiert.

**Aufgabe 1** (Umformungsregeln, Normalformen) (5 Punkte)

Bilden Sie zu den folgenden Formeln eine logisch äquivalente Formel in NNF. Bilden Sie anschließend eine logisch äquivalente Formeln in KNF. Geben Sie jeden Zwischenschritt an und markieren Sie in jedem Schritt, welche Teilformel Sie umformen.

1.  $A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$
2.  $\neg(((A \vee B) \wedge B) \rightarrow (C \vee (C \wedge B)))$

**Aufgabe 2** (Beweisen, Induktion) (6 Punkte)

Zeigen Sie mit einer Induktion über die Anzahl Junktoren:

Jede aussagenlogische Formel in NNF lässt sich in eine logisch äquivalente Formel in KNF transformieren .

**Aufgabe 3** (Modellierung, Wahrheitstafel) (5 Punkte)

Es seien die folgenden Elementaraussagen gegeben:

**F:** Heute ist ein Feiertag.

**G:** Der Supermarkt ist heute geschlossen.

**S:** Heute ist Sonntag.

**M:** Morgen ist Montag.

Formalisieren Sie die folgenden umgangssprachlichen Aussagen:

1. Wenn heute Sonntag ist, dann ist morgen Montag.
2. Morgen ist nicht Montag und der Supermarkt ist heute nicht geschlossen.
3. Wenn heute ein Feiertag oder Sonntag ist, dann ist der Supermarkt heute geschlossen.
4. Genau dann wenn morgen nicht Montag ist, ist heute auch nicht Sonntag.

5. Wenn heute kein Feiertag ist und heute auch nicht Sonntag ist, dann ist der Supermarkt heute nicht geschlossen.

**Aufgabe 4** (Resolution) (6 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Resolution die folgenden Aussagen. Geben Sie jeweils die Menge der Startklauseln, die Herleitung, die Länge der Herleitung und die zugehörige Baumdarstellung mit den Resolventen an.

1.  $(\neg P \vee Q) \models (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$ .
2.  $\neg A \vee \neg B \vee C \vee (A \wedge \neg D) \vee (F \wedge A \wedge D) \vee (A \wedge F \wedge \neg E) \vee (D \wedge B \wedge \neg F)$  ist eine Tautologie.

**Aufgabe 5** (Resolution) (2 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass aussagenlogische Formeln in KNF genau dann widerspruchsvoll sind, wenn sich mit Hilfe der Resolution die leere Klausel herleiten lässt. Erläutern Sie anhand eines Beispiels, wie Sie Resolution verwenden können, um zu argumentieren, dass eine aussagenlogische Formel erfüllbar ist.

**Aufgabe 6** (Modellierung) (6 Punkte)

1. Wir haben drei Bälle, die entweder die Farbe schwarz oder weiß haben. Wissen über diese Bälle kann mit Hilfe der Aussagenlogik formalisiert werden. Eine Auswertung der Formel lässt dann Rückschlüsse auf die Farben der Bälle zu. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen mit Hilfe der Aussagenlogik:
  - a) Der erste Ball ist schwarz und der zweite und dritte Ball haben die gleiche Farbe.
  - b) Nicht alle drei Bälle haben die gleiche Farbe.
  - c) Nur wenn der zweite Ball weiß ist, dann ist der erste Ball nicht schwarz.

2. Lösen Sie das folgende Rätsel mit Hilfe der Aussagenlogik.  
Fräulein Portia möchte Ihren zukünftigen Ehemann nach dem Kriterium der Intelligenz auswählen, daher entwirft sie ein logisches Rätsel, das jeder potentielle Ehemann lösen muss. Dafür hat sie drei spezielle Kisten anfertigen lassen, jede aus einem anderen Material, und legt in eine davon ein Foto von sich. Wenn der Kandidat herausfindet, wo das Bild ist, will sie ihn heiraten. Folgende Inschriften stehen auf den Kisten:

**Goldene Kiste:** Das Foto ist nicht in der silbernen Kiste.

**Silberne Kiste:** Wenn das Foto nicht in der goldenen Kiste ist, dann ist es auch nicht in dieser Kiste.

**Blecherne Kiste:** Das Foto ist in der goldenen oder in dieser Kiste.

Reichen diese Aussagen aus, um die Kiste mit dem Foto eindeutig zu identifizieren oder gibt es mehrere Lösungen? Welche Kiste sollte der junge Mann wählen (vorausgesetzt er möchte Fräulein Portia heiraten)?