Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Eyke Hüllermeier

27. Januar 2017

Modellierung – WS 2016/2017

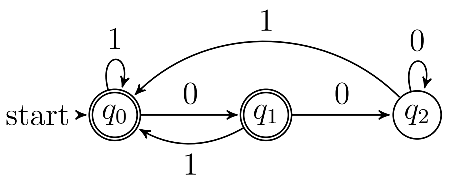
Heimübung 13
Abgabe: 6. Februar 2017 – 14:00 Uhr
(Dieser Übungszettel enthält 6 Aufgaben mit insgesamt 32 Punkten)

Hinweis: Die Lösungen der Hausaufgaben sind in die Kästen im D3-Flur einzuwerfen. Bilden Sie Gruppen von 3-4 Personen zur Lösung der Aufgaben. Die Lösung muss die Namen und Matrikelnummern derjenigen enthalten, die die Aufgaben gelöst haben, sowie die **Übungsgruppennummer**. Nicht getackerte Abgaben werden nicht korrigiert.

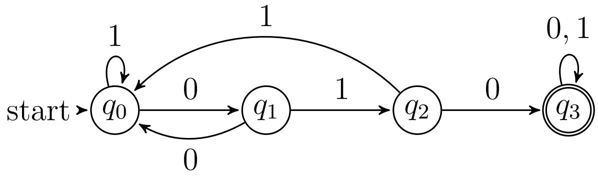
Aufgabe 1 (Grammatiken angeben) (8 Punkte)
Geben Sie zu den folgenden endlichen Automaten jeweils an:

- Eine kontextfreie Grammatiken mit weniger als 15 Produktionen, die die vom Automaten akzeptierte Sprache erzeugt.
- Einen regulären Ausdruck, der die vom Automaten akzeptierte Sprache definiert.

1.



2.



Aufgabe 2 (Automaten) (4 Punkte)

Geben Sie für die nachfolgenden Mengen jeweils einen deterministischen endlichen Automaten mit weniger als 7 Zuständen an, der genau diese Menge akzeptiert.

1. Die Menge der Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, die die Zeichenkette *abba* enthalten.
2. Die Menge der Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, die eine durch 3 teilbare Anzahl von Einsen enthalten

   Hinweis: 0 ist durch 3 teilbar.

Aufgabe 3 (Regulärer Ausdruck, Grammatik, Automaten) (6 Punkte)

Gegeben sei der folgende reguläre Ausdruck $R = a(aa|bb)^*(aa^*|bb^*)$.

1. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G = (T, N, P, S)$ mit $L(G) = L(R)$ an.
2. Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten A mit weniger als 10 Zuständen an, sodass $L(A) = L(R)$.

Aufgabe 4 (Automaten, Beweis) (5 Punkte)

Sei Σ ein Alphabet, und L eine endliche Sprache über Σ, d.h. $|L| < \infty$. Zeigen Sie, dass L regulär ist indem Sie einen DFA A angeben und beweisen, dass $L(A) = L$ ist.

Aufgabe 5 (Automaten) (5 Punkte)

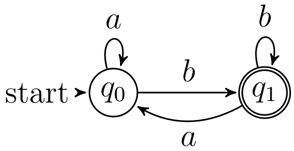
Sei

$$L = \{w \in \{0,1\}^{3n} \mid n \in \mathbb{N}\ ,\ w = x_1y_1z_1 \ldots x_ny_nz_n\ ,\ x_n \ldots x_1 + y_n \ldots y_1 = z_n \ldots z_1\} \cup \{\epsilon\}\ ,$$

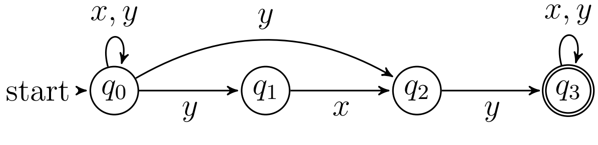
wobei + die binäre Addition von zwei Zahlen bezeichnet. Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten A mit weniger als 15 Zuständen an, sodass $L(A) = L$.
Hinweis: $110100010001 \in L$, da $3 + 5 = 8$ aber $000110 \notin L$, da $2 + 2 \neq 0$.

Aufgabe 6 (Automaten) (4 Punkte)

Betrachten Sie die den Automaten A_1 mit dem Eingabealphabet $\Sigma_1 = \{a, b\}$:



und den Automaten A_2 mit dem Eingabealphabet $\Sigma_2 = \{x, y\}$:



1. Ist A_1 ein deterministischer Automat? Ist A_2 ein deterministischer Automat? Begründen Sie Ihre Antworten.
2. Beschreiben Sie $L(A_1)$ und $L(A_2)$ jeweils durch einen regulären Ausdruck.