

## Modellierung – WS 2016/2017

### Heimübung 12

Abgabe: 30. Januar 2017 – 14:00 Uhr

(Dieser Übungszettel enthält 8 Aufgaben mit insgesamt 32 Punkten)

*Hinweis:* Die Lösungen der Hausaufgaben sind in die Kästen im D3-Flur einzuwerfen. Bilden Sie Gruppen von 3-4 Personen zur Lösung der Aufgaben. Die Lösung muss die Namen und Matrikelnummern derjenigen enthalten, die die Aufgaben gelöst haben, sowie die **Übungsgruppennummer**. Nicht getackerte Abgaben werden nicht korrigiert.

**Aufgabe 1** (Sprachen, Grammatiken) (4 Punkte)  
Gegeben sei die Sprache

$$L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega \notin L_{ab}\} ,$$

wobei

$$L_{ab} = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega = a^n b^m \text{ mit } n, m \geq 0\} .$$

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G = (T, N, P, S)$  mit höchstens 8 Ableitungsregeln an, die die Sprache  $L$  erzeugt.

**Aufgabe 2** (Sprachen, Grammatiken, Beweis) (4 Punkte)  
Gegeben ist die folgende Definition.

**Definition 2.1** Sei  $\Sigma$  ein Alphabet,  $a \in \Sigma$ ,  $w \in \Sigma^*$  und sei  $L$  eine Sprache über  $\Sigma$ . Dann sei

$$\epsilon^R = \epsilon , \quad (wa)^R = aw^R \text{ und } L^R = \{w^R \in \Sigma^* \mid w \in L\} .$$

Seien nun  $\Sigma$  ein Alphabet,  $L$  eine Sprache über  $\Sigma$ , und  $a \in \Sigma$  beliebig aber fest. Beweisen Sie jeweils *per Induktion über Wortlängen*, dass

1. für alle  $w \in \Sigma^*$  gilt, dass  $(aw)^R = w^R a$ , und
2.  $(L^R)^R = L$ .

**Aufgabe 3** (Sprachen, Grammatiken, Reguläre Ausdrücke) (4 Punkte)  
Gegeben sei folgende sprachliche Umschreibung einer Sprache:

Die Sprache beinhaltet beliebige Folgen aus  $\{0, 1\}^*$ , die auf 01 enden, oder mit einer 1 beginnen.

1. Geben Sie eine Grammatik an, die diese Sprache erzeugt.
2. Geben Sie einen regulären Ausdruck mit maximal 25 Zeichen an, der diese Sprache erzeugt.

**Aufgabe 4** (Reguläre Ausdrücke, Anwendung)

(6 Punkte)

Die Vereinigten Fürstentümer von Rakorien sind in Aufruhr. Aufgrund eines sehr eigenwilligen Wahlsystems hat der sehr unbeliebte Torben Drumpf die Wahl zum Oberfürsten des Landes gewonnen, obwohl er weniger Stimmen erhalten hat als seine Konkurrentin Christiane Hontin. Einige Bürger vermuten nun, dass die Wahlcomputer durch Agenten des Nachbarlandes Artozistan manipuliert wurden. Der bekannte rakorische Whistleblower Eduard Rain hat auf seiner Webseite LeakyWeeks einige Logdateien der Wahlcomputer veröffentlicht.<sup>1</sup>

Ihre Aufgabe ist es nun, eine der Logdateien nach Hinweisen der Manipulation zu durchsuchen. Eine Logdatei ist folgendermaßen aufgebaut

- ein Zeitstempel (Anzahl Millisekunden seit der Öffnung des Wahllokals),
- der verschlüsselte Name des Wählers,
- einer Prüfsumme,
- der gewählte Kandidat,

jeweils getrennt durch ein einzelnes Leerzeichen.

Manipulierte Einträge des Logs erkennen Sie daran, dass

- der Zeitstempel ohne Rest durch 5 teilbar ist und
- die Prüfsumme kein z enthält, mit einem t beginnt, und in ihr wenigstens zwei mal der Buchstabe a vorkommt.

Um diese Aufgabe zu lösen, müssen Sie in einer speziell für Sie ausgewählten Logdatei manipulierte Einträge finden. Gehen Sie folgendermaßen vor

1. Besuchen Sie die Webseite <https://groups.upb.de/fg-bloemer/leakyweeks>.
2. Geben Sie die Matrikelnummer eines Ihrer Gruppenmitglieder ein (Wenn Sie die Nummer einer anderen Gruppe verwenden, erhalten Sie keine Punkte!). Dann erhalten Sie eine Logdatei vom LeakyWeeks Server. Speichern Sie diese ab.
3. Auf der Webseite finden Sie den Quellcode eines einfachen Programms, das reguläre Ausdrücke verwendet um Dateien nach bestimmten Textmustern zu durchsuchen. Es gibt eine Python und eine Java Variante. Dieses Programm könnte sich für Lösung der Aufgabe als hilfreich erweisen.

Ihre Abgabe besteht aus der zur Generierung verwendeten Matrikelnummer und jeweils dem Zeitstempel und dem gewählten Kandidaten aller von Ihnen gefundenen manipulierten Logeinträge.

*Hinweis:* Jede Logdatei enthält wenigstens einen manipulierten Eintrag.

---

<sup>1</sup>Alle in dieser Aufgabe vorkommenden Personen, Länder, und Ereignisse sind frei erfunden. Etwaige Ähnlichkeiten zu realen Personen und Ländern bzw. tatsächlichen Ereignissen sind rein zufällig und nicht beabsichtigt.

**Aufgabe 5** (Sprachen, Reguläre Ausdrücke, Beweis)

(4 Punkte)

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet und  $L$  eine reguläre Sprache über  $\Sigma$ .

1. Zeigen Sie, dass  $L^+$  regulär ist, indem Sie einen regulären Ausdruck  $R$  angeben und beweisen, dass  $L(R) = L^+$  ist.
2. Es sei

$$L^* = \{w \in \Sigma^* \mid \exists n \in \mathbb{N}_0 : w = w_1 \cdots w_n \wedge \forall i \leq n : w_i \in L\} .$$

Beweisen oder widerlegen Sie, dass für alle Sprachen  $L$  gilt:  $L^+ \neq L^*$ .**Aufgabe 6** (Reguläre Ausdrücke)

(2 Punkte)

Sei  $R$  ein regulärer Ausdruck. Geben Sie  $L(\epsilon R)$  und  $L(\emptyset R)$  jeweils in Mengenschreibweise an. Sie dürfen dazu  $L(R)$  verwenden. Begründen Sie Ihre Antwort.**Aufgabe 7** (Reguläre Ausdrücke)

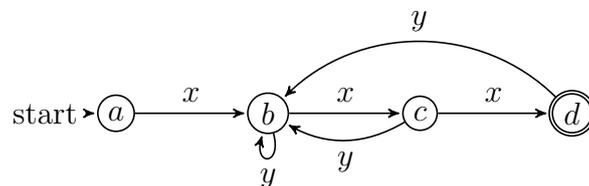
(4 Punkte)

Geben Sie einen regulären Ausdruck  $R$  mit maximal 45 Zeichen an, sodass

$$L(R) = \{0, 1\}^* \setminus \{10, 01\} .$$

**Aufgabe 8** (Automat)

(4 Punkte)

Gegeben sei der folgende deterministische endliche Automat  $A$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{x, y\}$ .

1. Beschreiben Sie  $A$  formal durch die Angabe des 5-Tupels  $(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ .
2. Geben Sie einen regulären Ausdruck  $R$  an, sodass  $L(A) = L(R)$ .
3. Lösen Sie  $\delta(a, xyxyxyx)$  nach Definition 2 der Vorlesung vollständig auf. Geben Sie jeden Zwischenschritt an.