Modellierung

Prof.Dr. Johannes Blömer, Prof.Dr. Eyke Hüllermeier

Universität Paderborn
Institut für Informatik

Paderborn, 17. Oktober 2016

Bedeutung der Vorlesung

- Das Modellieren (im Sinne dieser Vorlesung) ist zentral für das gesamte Fach Informatik und eine wichtige Fähigkeit von Informatikern.
- Mit der Modellierung einer Aufgabe vertieft man sein Verständnis und zeigt, wie die Aufgabe konkret verstanden wird.
- Ein adäquates Modell ist Voraussetzung und Maßstab für eine systematische Lösung.
- Als Ausdrucksmittel muss man passende Notationen und Kalküle anwenden können.

Ziele der Vorlesung

Die Teilnehmer sollen

- einen Überblick über grundlegende Modellierungsmethoden und -kalküle bekommen,
- den konzeptionellen Kern der Kalküle beherrschen,
- die für die Methoden typischen Techniken erlernen und
- Kalküle an typischen Beispielen anwenden.

Insgesamt sollen sie lernen,

- Aufgaben präzise zu beschreiben und zu analysieren,
- formale Kalküle als Arbeitsmittel einzusetzen und
- den praktischen Wert von präzisen Beschreibungen erkennen.

siehe Beschreibung des Moduls I.2.1 im Modulhandbuch:
`http://www.cs.uni-paderborn.de/fileadmin/Informatik/Institut/studium/material/mhb/Modulhandbuch_2009.pdf`

Literaturhinweise

H. Kleine Büning/J. Blömer: Vorlesung Modellierung WS 2015 / 2016
`http://www-old.cs.uni-paderborn.de/fachgebiete/ag-bloemer/lehre/2015/ws/modellierung.html`

Das Buch zur Vorlesung:
Uwe Kastens, Hans Kleine Büning: Modellierung - Grundlagen und formale Methoden, Carl Hanser Verlag, 2014, 3. Auflage

Weitere Bücher zum Nachlernen und Nachschlagen:

- Gerhard Goos: Vorlesungen über Informatik, Band 1, 3. Auflage, Springer- Lehrbuch, 2000
- Thierry Scheurer: Foundations of Computing, System Development with Set Theory and Logic, Addison-Wesley, 1994
- Daniel J. Velleman: How To Prove It - A Structured Approach, 2nd ed., Cambridge University Press, 2006

Bezug zu anderen Vorlesungen

Modellierung

Grundlagen der Programmierung

Problem verstehen bevor implementieren

Eigenschaften und Strukturen von Sprachen

Grundlagen der Programmiersprachen

Spezifikation von Software-Aufgaben und -Lösungen

Softwareentwurf

Probleme und Aufgaben präzise beschreiben

Eigenschaften von D & A formal beschreiben

Datenstrukturen & Algorithmen

auf grundlegenden Kalkülen aufbauen

Berechenbarkeit & formale Sprachen

Algorithmen & Komplexität

Modellierung in anderen Gebieten

Der Begriff der Modellierung wird auch in anderen Zweigen der Wissenschaft verwendet, beispielsweise in der Physik.

Physikalische Phänomene werden in der Sprache der Mathematik erfasst, beschrieben und analysiert.

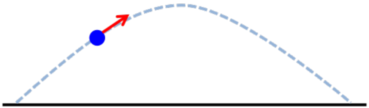


Abbildung: Parabolische Flugbahn eines Objektes.

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t \cos\beta \\ v_0 t \sin\beta - \frac{g}{2} t^2 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad y(x) = x \tan\beta - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\beta} x^2$$

Flussüberquerung

Aufgabe: Ein Mann steht mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf am linken Ufer eines Flusses, den er überqueren will. Er hat ein Boot, das groß genug ist, ihn und ein weiteres Objekt zu transportieren, so dass er immer nur eins der drei mit sich hinübernehmen kann.

Falls der Mann allerdings den Wolf und die Ziege oder die Ziege und den Kohlkopf unbewacht an einem Ufer zurücklässt, so wird einer gefressen werden.

Ist es möglich, den Fluss zu überqueren, ohne dass die Ziege oder der Kohlkopf gefressen werden?

Quelle: Hopcroft, Ullman: Einführung in die Automatentheorie, formale Sprachen und Komplexitätstheorie, S. 14, 15

Flussüberquerung

Aufgabe: Ein Mann steht mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf am linken Ufer eines Flusses, den er überqueren will. Er hat ein Boot, das groß genug ist, ihn und ein weiteres Objekt zu transportieren, so dass er immer nur eins der drei mit sich hinübernehmen kann.

Falls der Mann allerdings den Wolf und die Ziege oder die Ziege und den Kohlkopf unbewacht an einem Ufer zurücklässt, so wird einer gefressen werden.

Ist es möglich, den Fluss zu überqueren, ohne dass die Ziege oder der Kohlkopf gefressen werden?

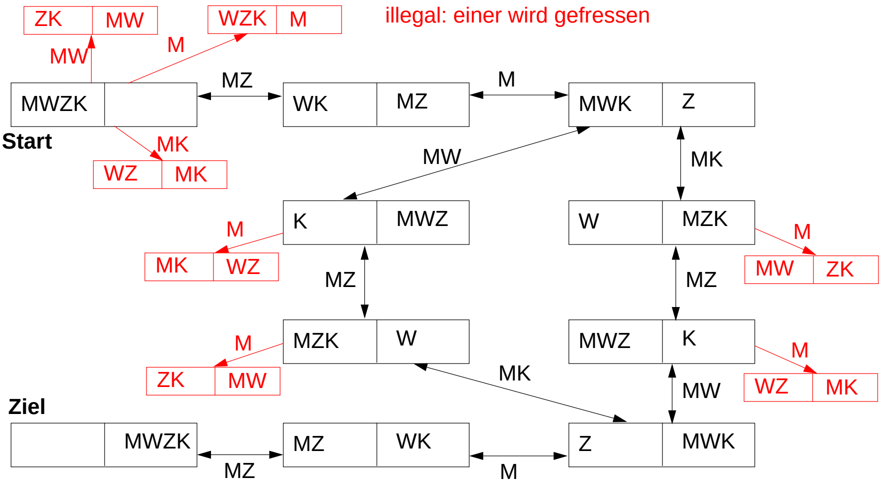
Quelle: Hopcroft, Ullman: Einführung in die Automatentheorie, formale Sprachen und Komplexitätstheorie, S. 14, 15

Erste Analyse: evtl. wichtige

- Objekte: Mann, Wolf, Ziege, Kohlkopf, Ufer (links u. rechts), Fluss, Boot
  Tätigkeiten: Fluss überqueren, Objekt transportieren
- Eigenschaften, Beziehungen: unbewacht an einem Ufer, Wolf frisst Ziege, Ziege frisst Kohl, Boot trägt Mann + 1 Objekt
-

Modellierung der Flussüberquerung

Kalkül: endlicher Automat mit Zuständen und Übergängen



Diskussion des Modellierungsbeispiels

- Modellierung von Abläufen, Folgen von Schritten: Kalkül endlicher Automat
- Abstraktion: nur die Zustände und Übergänge interessieren
- relevante Objekte benannt: M, W, Z, K
- jeder Zustand wird charakterisiert durch ein Paar von Mengen der Objekte, (linkes Ufer, rechtes Ufer); jedes Objekt kommt genau einmal vor
- zulässige und unzulässige Zustände
- Übergänge werden mit den transportierten Objekten beschriftet

Besonders wichtig ist, was *nicht* modelliert wurde, da es für die Aufgabe irrelevant ist, z. B. die Länge des Bootes, die Tiefe des Flusses, die genauen Positionen der Objekte, usw.

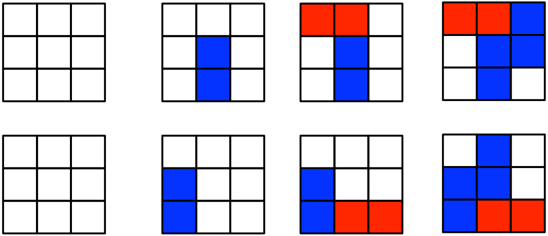
Kreative Leistung: Kalkül „endlicher Automat" wählen, Bedeutung der Zustände und Übergänge festlegen

Systematische Tätigkeit: speziellen Automat aufstellen, Lösungsweg finden.

Meist kann man Lösungen am Modell entwickeln.

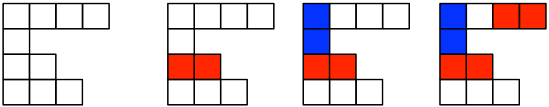
Domineering

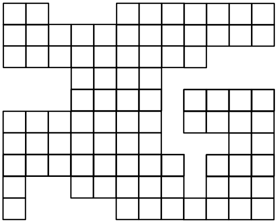
Domineering ist ein Spiel, bei dem zwei Spieler V und H abwechselnd Dominosteine auf ein Spielfeld ($m \times n$ Gitter oder Teilmenge davon) legen. V darf die Steine nur vertikal legen, H nur horizontal. Wer keinen Stein mehr legen kann, verliert das Spiel.



Domineering

Domineering ist ein Spiel, bei dem zwei Spieler V und H abwechselnd Dominosteine auf ein Spielfeld ($m \times n$ Gitter oder Teilmenge davon) legen. V darf die Steine nur vertikal legen, H nur horizontal. Wer keinen Stein mehr legen kann, verliert das Spiel.





Domineering

Jedes Spiel gehört in eine der folgenden vier Kategorien:

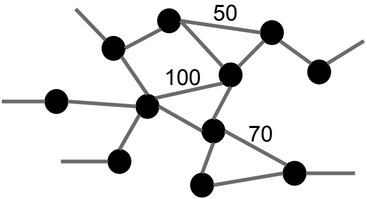
(a) V kann bei optimaler Spielweise gewinnen, unabhängig davon, wer beginnt
(b) H kann das Spiel gewinnen, unabhängig davon, wer beginnt
(c) Der Spieler, der den ersten Zug macht, besitzt eine Gewinnstrategie
(d) Der nachziehende Spieler besitzt eine Gewinnstrategie

Frage: Gegeben ein konkretes Spiel, zu welcher Kategorie gehört es?

Modellierungsbeispiel: Getränkeautomat

Die Bedienung eines Getränkeautomaten soll modelliert werden. Das Gerät soll Getränke wie Kaffee, Tee, Kakao gegen Bezahlung mit Münzen abgeben. Man soll Varianten der Getränke wählen können, z. B. mit oder ohne Milch oder Zucker. Die Modellierung soll berücksichtigen, dass im Gerät nur begrenzte Vorräte untergebracht werden können.

Modellierungsbeispiel: Navigationssystem



Die algorithmische Lösung von Problemen wie das Berechnen kürzester Wege oder schnellster Verbindungen setzt eine adäquate Modellierung der Infrastruktur voraus, z. B. eine Repräsentation des Straßennetzes in Form von Graphen.

Allgemeiner Modellbegriff

Modell [italien., zu lat. modulus „Maß, Maßstab"], allg. Muster, Vorbild, Entwurf.

▷ Mensch (auch Tier), der (das) als Vorbild für künstler. Studien oder Kunstwerke dient („sitzt").

▷ in der *Bildhauerei* meist in verkleinerter Form ausgeführter Entwurf einer Plastik oder Tonarbeit, die in Bronze gegossen werden soll. – ↑Architekturmodell.

▷ in der *Modebranche* Bez. für 1. ein nur einmal oder in eng begrenzter Anzahl hergestelltes Kleidungsstück

▷ im *Sprachgebrauch verschiedener Wiss.* (Philosophie, Naturwiss., Soziologie, Psychologie, Wirtschaftswiss., Politikwiss., Kybernetik u. a.) ein Objekt materieller oder ideeller (Gedanken-M.) Natur, das von einem Subjekt auf der Grundlage einer Struktur-, Funktions- oder Verhaltensanalogie für ein anderes Objekt *(Original)* eingesetzt und genutzt wird, um Aufgaben zu lösen, deren Durchführung unmittelbar am Original selbst nicht möglich bzw. zu aufwendig ist (z. B. Flugzeug-M. im Windkanal). Die **Modellmethode** vollzieht sich in vier Schritten: 1. Auswahl (Herstellung) eines dem [geplanten] Original entsprechenden M.; 2. Bearbeitung des M., um neue Informationen über das M. zu gewinnen (**Modellversuch;** ↑Ähnlichkeitsgesetze); 3. Schluß auf Informationen über das Original (meist Analogieschluß); ggf. 4. Durchführung der Aufgabe am Original. Infolge der Relationen zw. Subjekt, Original und M. **(Modellsystem)** ist ein M. einsetzbar u. a. zur Gewinnung neuer Informationen über das Original (z. B. Atom-M.), zur Demonstration und Erklärung (z. B. Planetarium), zur Optimierung des Originals (z. B. Netzplan), zur Überprüfung einer Hypothese oder einer techn. Konstruktion (z. B. Laborversuch). – Abweichend von diesem M.begriff versteht die *mathemat. Logik* unter M. eine Interpretation eines Axiomensystems, bei der alle Axiome dieses Systems wahre Aussagen darstellen. Diese **Modelltheorie** liefert grundlegende Verfahren zur Behandlung von Fragen der Vollständigkeit, Widerspruchsfreiheit und Definierbarkeit.

Wissenschaften einschließlich Informatik

mathematische Logik

Quelle: Meyers Neues Lexikon, in zehn Bänden, Meyers Lexikonverlag, 1993

Allgemeiner Modellbegriff

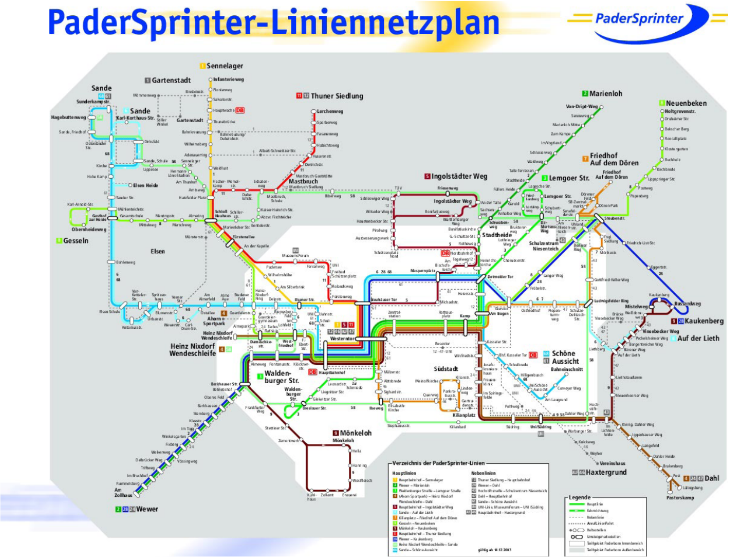
- Abbild eines vorhandenen Originals (z. B. Schiffsmodell)
- Vorbild für ein herzustellendes Original (Gebäude in kleinem Maßstab; Vorbild in der Kunst)
- konkretes oder abstraktes Modell (Schiffsmodell, Rentenmodell)
- konkretes oder abstraktes Original (Schiff, Bevölkerungsentwicklung)

Davon abweichende Bedeutungen:

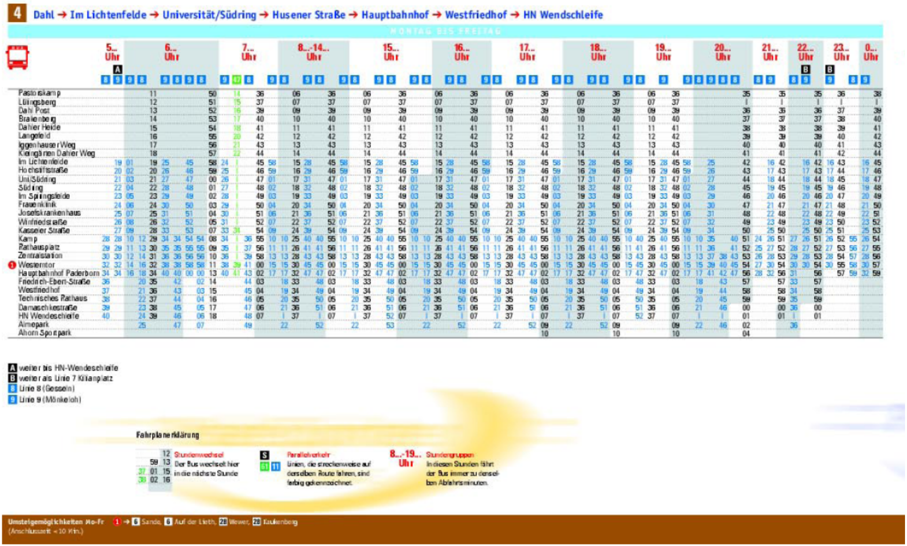
- Fotomodell: führt Mode (oder sich) vor
- Automodell: Typreihe
- in der Logik: Eine Struktur S ist ein Modell der Formeln F, wenn alle F für S gelten.

Hier in der Informatik: abstraktes Abbild oder Vorbild zu abstrakten oder konkreten Originalen

Modell: Buslinienplan



Modell: Busfahrplan



Wissensmodellierung in der KI

Das allgemeine Ziel der **Künstlichen Intelligenz** ist die Simulation des menschlichen Intellekts und seiner kognitiven Fähigkeiten.

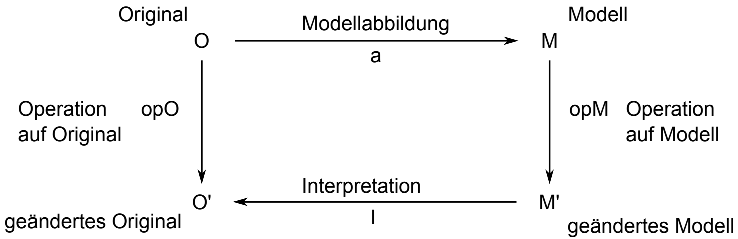
Wissensbasierte Systeme bilden Expertenwissen in einer bestimmenten Angwendungsdomäne ab (z.B. medizinische Diagnose). Eine adäquate Repräsentation dieses Wissens ist dabei zentral und wichtige Voraussetzung für die effeziente Verarbeitung des Wissens $\longrightarrow$ **Modellierung von Wissen und Inferenz** (Schlussfolgern, Problemlösen)

Arbeiten mit Modellen

- Operationen, die man am Original nicht durchführen kann z. B. neue Flügelform im Windkanal oder in der Computer-Simulation erproben
- Bestimmte Aspekte eines komplexen Gebildes untersuchen und verstehen, z. B. Geschäftsabläufe in einer Firma
- Verständigung zwischen Auftraggeber und Hersteller des Originals, z. B. Hausbau, Software-Konstruktion
- Fixieren von Anforderungen für die Herstellung des Originals, Software: Requirements, Spezifikation

Modell validieren:
Nachweisen, dass die *relevanten Eigenschaften des Originals korrekt und vollständig* im Modell erfasst sind und darüber Einvernehmen herstellen.

Bezug zwischen Original und Modell



Für alle relevanten Operationen muss das Diagramm kommutieren, d.h.

$$opO(O) = I(opM(a(O)))$$

Die Operation auf dem Original entspricht der Interpretation der Operation auf dem Modell.

Bezug zwischen Original und Modell

"*All models are wrong, but some are useful*" (George Box, 1978)

Dieser Aphorismus bringt nochmals den Unterschied zwischen Realität und Modell sowie den Sinn und Zweck von Modellen auf den Punkt.

Man beachte jedoch, dass eine realitätstreue Abbildung *per definitionem* nicht die Aufgabe eines Modells ist, und ein Modell so gesehen nicht "falsch" sein kann.

Deklarative oder operationale Beschreibung

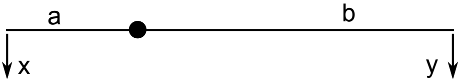
Deklarative Beschreibung des Modells

> macht Aussagen über Aspekte des Originals. Aussagen meist allgemein gültig, auf die Aufgabe bezogen, ohne redundante Abläufe.

Operationale Beschreibung des Modells

> gibt an, wie sich das Original unter bestimmten Operationen verhält. Häufig nur Beispiele, unvollständig, legt eine Lösung nahe (fest), erzwingt Nachvollziehen von Abläufen

Beispiel Balkenwaage:



deklarativ: Die Waage ist im Gleichgewicht, wenn sich die Gewichte umgekehrt proportional zu den Längen der Balken verhalten: $x * a = y * b$.
operational: Erst lege ich auf den Balken der Länge a ein Gewicht x; dann lege ich auf den Balken der Länge b ein Gewicht $y = x * a / b$; danach ist die Waage wieder im Gleichgewicht.