Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Hans Kleine Büning

18. Dezember 2015

Modellierung – WS 2015/2016

Heimübung (Bonus)
Abgabe: 04. Januar 2016 – 14:00 Uhr
(Dieser Übungszettel enthält 4 Aufgaben mit insgesamt 24 Punkten)

Hinweis: Die Lösungen der Hausaufgaben sind in die Kästen im D3-Flur einzuwerfen. Bilden Sie bitte **innerhalb** ihrer Übungsgruppe Gruppen von 3-4 Personen zur Lösung der Aufgaben. Die Lösung muss die Namen und Matrikelnummern derjenigen enthalten, die die Aufgaben gelöst haben, sowie die **Übungsgruppennummer**. Nicht getackerte Abgaben werden nicht korrigiert.

Dies ist ein Bonusübungszettel. Sie können Punkte sammeln, aber dieser Zettel erhöht das Maximum der erreichbaren Punkte nicht.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

Aufgabe 1 (Graphen, Beweisen) (6 Punkte)
Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$, in dem jeder Knoten mindestens Grad $(|V| - 1)/2$ hat, ist zusammenhängend.

Aufgabe 2 (Graphen, Beweisen) (6 Punkte)
Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit Kantenmarkierung $m : E \to \mathbb{N}$.
Wir definieren das *Gewicht eines Knotens* $v \in V$ als die Summe der Kantenmarkierungen aller Kanten, die zu v inzident sind.
Die Summe der Gewichte aller Knoten in G ist gerade.

Aufgabe 3 (Graphen, Beweisen) (6 Punkte)
Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter zusammenhängender Graph und sei $T = (V, E_T)$ ein Spannbaum von G. Zu jeder Kante $e \in E \setminus E_T$ gibt es eine Kante $e' \in E_T$, sodass $T' = (V, (E_T \setminus \{e'\}) \cup \{e\})$ ein Spannbaum von G ist.

Aufgabe 4 (Graphen, Beweisen) (6 Punkte)
Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender ungerichteter Graph. Wenn $v \in V$ ein Schnittknoten[1] in G ist, dann ist der Grad von v in *jedem* Spannbaum von G mindestens 2.

[1] siehe Heimübung 8, Aufgabe 1