Universität Paderborn
Prof. Dr. Johannes Blömer
Prof. Dr. Hans Kleine Büning

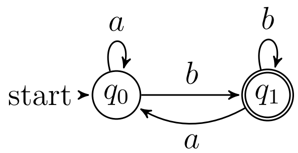
29. Januar 2016

Modellierung – WS 2015/2016

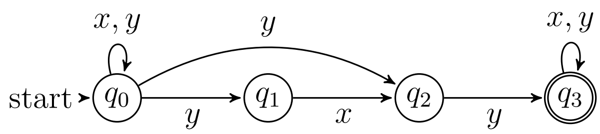
Heimübung 13
Abgabe: 08. Februar 2016 – 14:00 Uhr
(Dieser Übungszettel enthält 7 Aufgaben mit insgesamt 31 Punkten)

Hinweis: Die Lösungen der Hausaufgaben sind in die Kästen im D3-Flur einzuwerfen. Bilden Sie bitte **innerhalb** ihrer Übungsgruppe Gruppen von 3-4 Personen zur Lösung der Aufgaben. Die Lösung muss die Namen und Matrikelnummern derjenigen enthalten, die die Aufgaben gelöst haben, sowie die **Übungsgruppennummer**. Nicht getackerte Abgaben werden nicht korrigiert.

Aufgabe 1 (Automaten) (4 Punkte)
Betrachten Sie die den Automaten A_1 mit dem Eingabealphabet $\Sigma_1 = \{a, b\}$:



und den Automaten A_2 mit dem Eingabealphabet $\Sigma_2 = \{x, y\}$:



1. Ist A_1 ein deterministischer Automat? Ist A_2 ein deterministischer Automat? Begründen Sie Ihre Antworten.
2. Beschreiben Sie $L(A_1)$ und $L(A_2)$ jeweils durch einen regulären Ausdruck.

Aufgabe 2 (Automaten) (4 Punkte)
Geben Sie zu den folgenden Grammatiken G_1 und G_2 jeweils die grafische Darstellung eines nicht-deterministischen Automaten an, der genau die Sprache $L(G_1)$ bzw. $L(G_2)$ akzeptiert.

1. $G_1 = (\{0, 1\}, \{S, A, B\}, P_1, S)$ mit

$$\begin{array}{rclccl} P_1 & = & \{ & \text{S} & ::= & \text{1S}, \\ & & & \text{S} & ::= & \text{0A}, \\ & & & \text{A} & ::= & \text{0A}, \\ & & & \text{A} & ::= & \text{1B}, \\ & & & \text{B} & ::= & \text{1B}, \\ & & & \text{B} & ::= & \epsilon \quad \} \end{array}$$

2. $G_2 = (\{0,1\}, \{S, A, B, C\}, P_2, S)$ mit

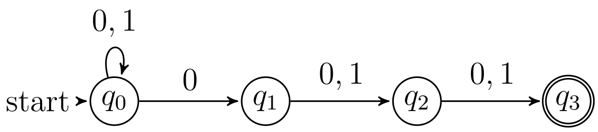
$$P_2 = \{ \begin{array}{lll} \mathrm{S} & ::= & \mathrm{0B}, \\ \mathrm{S} & ::= & \mathrm{1A}, \\ \mathrm{A} & ::= & \mathrm{0C}, \\ \mathrm{A} & ::= & \mathrm{0S}, \\ \mathrm{B} & ::= & \mathrm{0S}, \\ \mathrm{B} & ::= & \mathrm{0C}, \\ \mathrm{C} & ::= & 1 \quad \} \end{array}$$

Aufgabe 3 (NFAs, Beweisen) (4 Punkte)
In der Vorlesung haben wir einen NFA N_3 mit drei Zuständen und

$$L(N_3) = \{w \in \{a,b\}^* | \text{das vorletzte Symbol in } w \text{ ist } a\}$$

kennengelernt. Zeigen Sie, dass es keinen DFA mit drei Zuständen gibt, der diese Sprache akzeptiert.
Hinweis: Überlegen Sie sich anhand kurzer Wörter, dass ein Automat mit drei Zuständen nicht für alle $w \in \{a,b\}^*$ unterscheiden kann, ob $w \in L(N_3)$ oder $w \notin L(N_3)$ gilt.

Aufgabe 4 (Automaten umwandeln) (8 Punkte)
Gegeben Sei der folgende nichtdeterministische Automat N.



Verwenden Sie die aus der Vorlesung bekannte Potenzmengenkonstruktion, um N in einen deterministischen Automaten A mit $L(A) = L(N)$ umzuwandeln. Zeichnen Sie A nicht, sondern geben Sie die Übergangsfunktion δ_A des Automaten in tabellarischer Form an.

Aufgabe 5 (Pumping Lemma) (4 Punkte)
Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache

$$L_{ab} = \{w \in \{a,b\}^* \mid w = ba^n b^m \text{ mit } n, m \in \mathbb{N} \text{ wobei } n > m\}$$

nicht regulär ist.

Aufgabe 6 (Sprachen) (4 Punkte)
Betrachten Sie die beiden Sprachen

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ enthält genau so viele 0en wie 1en}\}$$

und

$$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ enthält genau so viele Folgen 01 wie 10}\} .$$

Entscheiden Sie für L_1 und L_2 jeweils, ob die Sprache regulär ist. Falls ja, so geben Sie einen endlichen Automaten an, der genau die jeweilige Sprache akzeptiert. Falls nein, beweisen Sie Ihre Aussage mit Hilfe des Pumping-Lemmas.
Hinweis: Das Ergebnis dieser Aufgabe sollte Sie überraschen.

Aufgabe 7 (Pumping-Lemma, Beweisen) (3 Punkte)
Betrachten Sie die Sprache

$$L_{abc} = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w = a^n b^m c^m \text{ mit } n,m \in \mathbb{N} \text{ oder } w = b^n c^m \text{ mit } n,m \in \mathbb{N}_0\} .$$

Diese Sprache ist *nicht* regulär.

1. Zeigen Sie, dass L_{abc} die im Pumping-Lemma beschriebene Eigenschaft regulärer Sprachen erfüllt.
2. Erklären Sie, basierend auf dem Ergebnis aus 1, in einem Satz, wozu das Pumping-Lemma nicht verwendet werden kann.