

V. Substitution-Permutation und AES

Entwurfsprinzipien moderner Blockchiffren

- Einfache Operationen, aber nicht nur linear (Effizienz)
- Mehrere Runden um Sicherheit zu garantieren (Konfusion und Diffusion)
- 2 wesentliche Strukturen
 - Feistel-Chiffren (DES)
 - Substitution-Permutations Netzwerke (AES).

V. Substitutions-Permutations-Chiffren

SP-Chiffren definiert durch

1. Klartextraum $P = \{0,1\}^n$, Chiffretextraum $C = \{0,1\}^n$, Schlüsselraum $K = \{0,1\}^n$, wobei $n = t \cdot b$.
2. Rundenzahl $r > 1$.
3. Methode zur Erzeugung von Rundenschlüssel
KeySchedule: $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^{(r+1) \cdot n}$
 $K \mapsto K_0, \dots, K_r$
4. Bijektive Substitutionen $S_i : \{0,1\}^b \rightarrow \{0,1\}^b, i = 1, \dots, t$.
5. Permutation $P : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$.

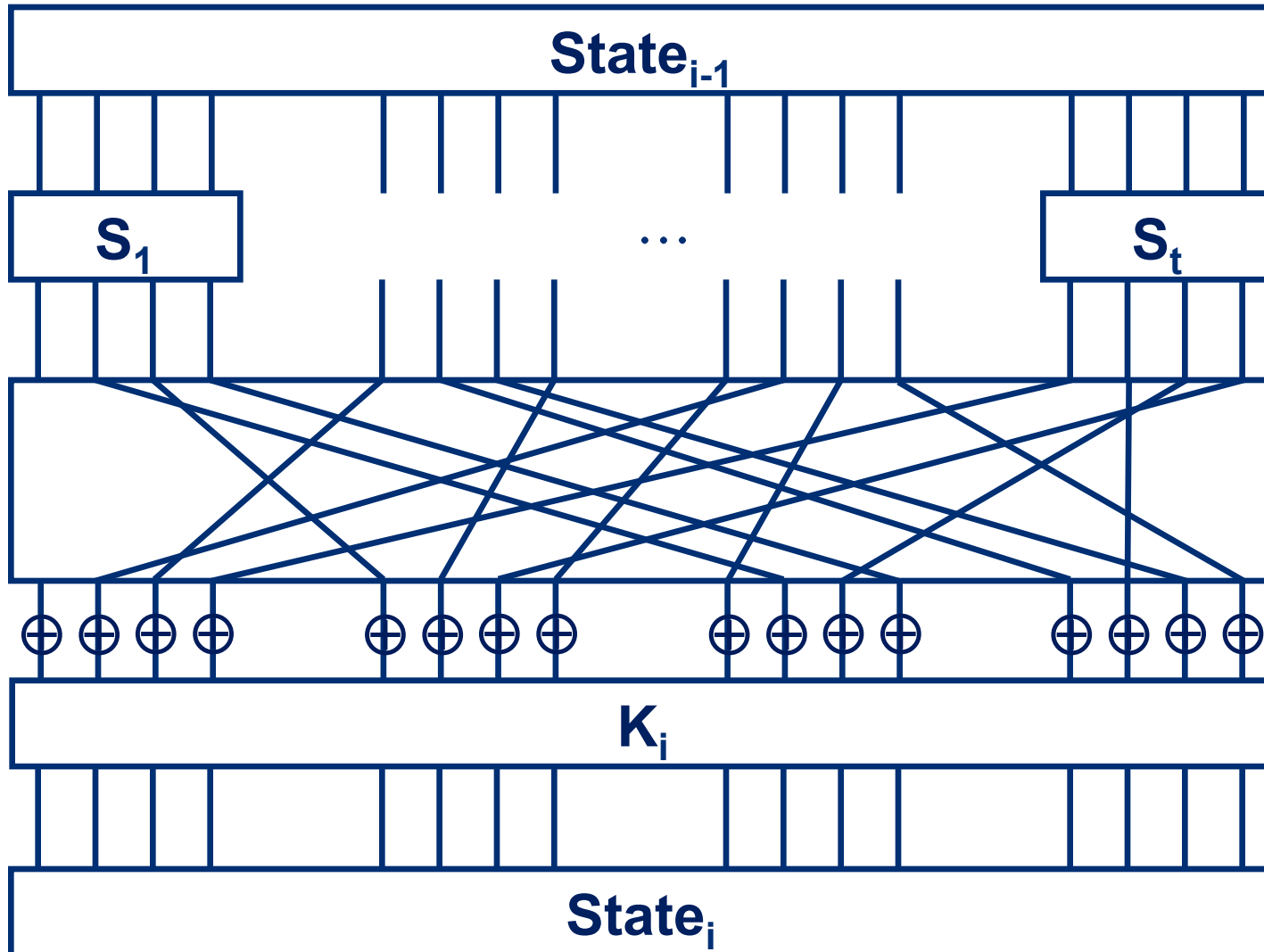
V. Substitutions-Permutations-Chiffren

SP-Chiffren definiert durch

1. Klartextraum $P = \{0,1\}^n$, Chiffretextraum $C = \{0,1\}^n$, Schlüsselraum $K = \{0,1\}^n$, wobei $n = t \cdot b$.
2. Rundenzahl $r > 1$.
3. Methode zur Erzeugung von Rundenschlüssel
KeySchedule: $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^{(r+1) \cdot n}$
 $K \mapsto K_0, \dots, K_r$
4. Bijektive Substitutionen $S_i : \{0,1\}^b \rightarrow \{0,1\}^b, i = 1, \dots, t$.
5. Bijektive lineare Funktion $P : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$.

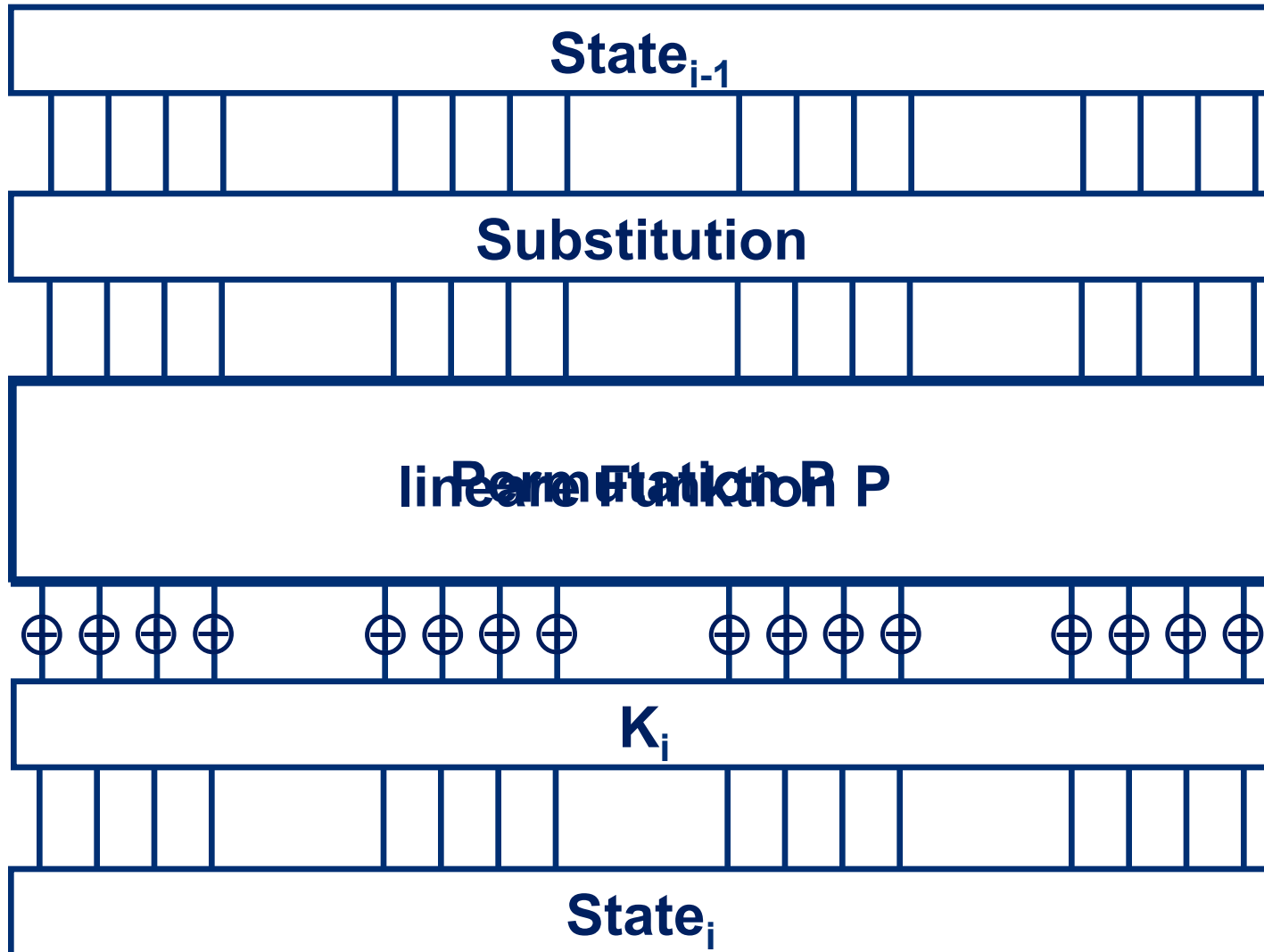
SPN – eine Runde

$$\text{State}_i := P(S(\text{State}_{i-1})) \oplus K_i, \quad \text{State}_j \in \{0,1\}^n$$



SPN – eine Runde

$$\text{State}_i := P(S(\text{State}_{i-1})) \oplus K_i, \quad \text{State}_j \in \{0,1\}^n$$



SPN – Initialisierung

- Klartext $p \in \{0,1\}^n$
- $\text{State}_0 = p \oplus K_0$
- **Whitening** genannt
- Damit hängen alle Zustände vom (geheimen) Schlüssel ab.

V.2 Advanced Encryption Standard AES

- **1997 Ausschreibung des NIST für Nachfolger von DES.**
- **Bei Abgabeschluss 1998 15 Vorschläge.**
- **1999 werden 5 Kandidaten ausgesucht (MARS, RC6, Rijndael, Serpent, Twofish).**
- **2. Oktober 2000 wird Rijndael als Sieger bekannt gegeben.**
- **Am 26. November 2001 wird DES durch AES-Rijndael als Standard der NIST ersetzt.**
- **AES-Rijndael entwickelt von Joan Daemen und Vincent Rijmen.**

AES - Parameter

AES ist SP-Chiffre mit

1. Klartextraum $P = \{0,1\}^{128}$, Chiffretextraum $C = \{0,1\}^{128}$, Schlüsselraum $K = \{0,1\}^{128}$, wobei $b=8$, $t=16$.
2. Rundenzahl $r = 10$.
3. Methode zur Erzeugung von Rundenschlüssel
KeySchedule: $\{0,1\}^{128} \rightarrow \{0,1\}^{11 \cdot 128}$
 $K \mapsto K_0, \dots, K_{10}$
4. Bijektive Substitution $S : \{0,1\}^8 \rightarrow \{0,1\}^8$
5. Lineare Bijektion $P : \{0,1\}^{128} \rightarrow \{0,1\}^{128}$.

AES – Varianten

Varianten von AES besitzen

- **Nachrichtenlänge 192 und 256.**
- **Schlüssellänge 192 und 256**
- **Rundenzahl 12 und 14.**
- **Betrachten nur den Standardfall,**
- **Operationen in Varianten identisch.**

Zustände in AES

$$\text{State}_j = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \mathbf{B}_{00} & \mathbf{B}_{01} & \mathbf{B}_{02} & \mathbf{B}_{03} \\ \hline \mathbf{B}_{10} & \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{13} \\ \hline \mathbf{B}_{20} & \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{23} \\ \hline \mathbf{B}_{30} & \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{B}_{33} \\ \hline \end{array}$$

$$\mathbf{B}_{ij} \in \{0,1\}^8, i, j \in \{0,1,2,3\}$$

AES Rundenstruktur

State \leftarrow p

State \leftarrow AddRoundKey(State, K_0)

For i=1 to 9 **do**

State \leftarrow SubBytes(State)

State \leftarrow ShiftRows(State)

State \leftarrow MixColumns(State)

State \leftarrow AddRoundKey(State, K_i)

} Funktion P

State \leftarrow SubBytes(State)

State \leftarrow ShiftRows(State)

State \leftarrow AddRoundKey(State, K_{10})

return State

V.3 Bytes – Interpretationen

$$\{0,1\}^8 = \{0,1\}^4 \times \{0,1\}^4$$

$$\{0,1\}^4 \doteq \{0,1,2,\dots,15\}$$

Schreiben Elemente aus $\{0,1,2,\dots,15\}$ in Hexadezimaldarstellung.

$$\{0,1,2,\dots,14,15\} \doteq \{0,1,2,\dots,9,A,B,C,D,E,F\}$$

Bytes – Hexadezimalzahlen

$$\{0,1\}^8 = \{0,1\}^4 \times \{0,1\}^4$$

$$\{0,1\}^4 \doteq \{0,1,2,\dots,15\}$$

Schreiben Elemente aus $\{0,1,2,\dots,15\}$ in Hexadezimaldarstellung.

$$\{0,1,2,\dots,14,15\} \doteq \{0,1,2,\dots,9,A,B,C,D,E,F\}$$

Beispiele

- **00000000** \doteq **00**
- **00000001** \doteq **01**
- **00000010** \doteq **02**
- **10110101** \doteq **B5**

Bytes und der endliche Körper \mathbb{F}_{256}

Satz 5.1 Es gibt einen endlichen Körper \mathbb{F}_{256} mit 256 Elementen. Dieser Körper ist bis auf Isomorphie eindeutig.

$256 = 2^8$, daher können wir Bytes und Paare von Hexadezimalzahlen mit Elementen von \mathbb{F}_{256} identifizieren.

AES Rundenstruktur

State \leftarrow **p**

State \leftarrow **AddRoundKey(State, K₀)**

For **i=1** **to** **9** **do**

State \leftarrow **SubBytes(State)**

State \leftarrow **ShiftRows(State)**

State \leftarrow **MixColumns(State)**

State \leftarrow **AddRoundKey(State, K_i)**

} **Funktion P**

State \leftarrow **SubBytes(State)**

State \leftarrow **ShiftRows(State)**

State \leftarrow **AddRoundKey(State, K₁₀)**

return **State**

V.4 SubBytes

B_{00}	B_{01}	B_{02}	B_{03}
B_{10}	B_{11}	B_{12}	B_{13}
B_{20}	B_{21}	B_{22}	B_{23}
B_{30}	B_{31}	B_{32}	B_{33}

SubBytes

$S(B_{00})$	$S(B_{01})$	$S(B_{02})$	$S(B_{03})$
$S(B_{10})$	$S(B_{11})$	$S(B_{12})$	$S(B_{13})$
$S(B_{20})$	$S(B_{21})$	$S(B_{22})$	$S(B_{23})$
$S(B_{30})$	$S(B_{31})$	$S(B_{32})$	$S(B_{33})$

$S : \{0,1\}^8 \rightarrow \{0,1\}^8$ nicht-lineare Abbildung

SubBytes

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	F0	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	C0
2	B7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EB	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	B3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	D0	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DB
A	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
B	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EA	65	7A	AE	08
C	BA	78	25	2E	1C	A6	B4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A
D	70	3E	B5	66	48	03	F6	0E	61	35	57	B9	86	C1	1D	9E
E	E1	F8	98	11	69	D9	8E	94	9B	1E	87	E9	CE	55	28	DF
F	8C	A1	89	0D	BF	E6	42	68	41	99	2D	0F	B0	54	BB	16

AES Rundenstruktur

State \leftarrow **p**

State \leftarrow **AddRoundKey(State, K₀)**

For **i=1** **to** **9** **do**

State \leftarrow **SubBytes(State)**

State \leftarrow **ShiftRows(State)**

State \leftarrow **MixColumns(State)**

State \leftarrow **AddRoundKey(State, K_i)**

} **Funktion P**

State \leftarrow **SubBytes(State)**

State \leftarrow **ShiftRows(State)**

State \leftarrow **AddRoundKey(State, K₁₀)**

return **State**

V.5 ShiftRows und MixColumns

B_{00}	B_{01}	B_{02}	B_{03}
B_{10}	B_{11}	B_{12}	B_{13}
B_{20}	B_{21}	B_{22}	B_{23}
B_{30}	B_{31}	B_{32}	B_{33}

ShiftRows

B_{00}	B_{01}	B_{02}	B_{03}
B_{11}	B_{12}	B_{13}	B_{10}
B_{22}	B_{23}	B_{20}	B_{21}
B_{33}	B_{30}	B_{31}	B_{32}

MixColumns

B_{00}	B_{01}	B_{02}	B_{03}
B_{10}	B_{11}	B_{12}	B_{13}
B_{20}	B_{21}	B_{22}	B_{23}
B_{30}	B_{31}	B_{32}	B_{33}

MixColumns

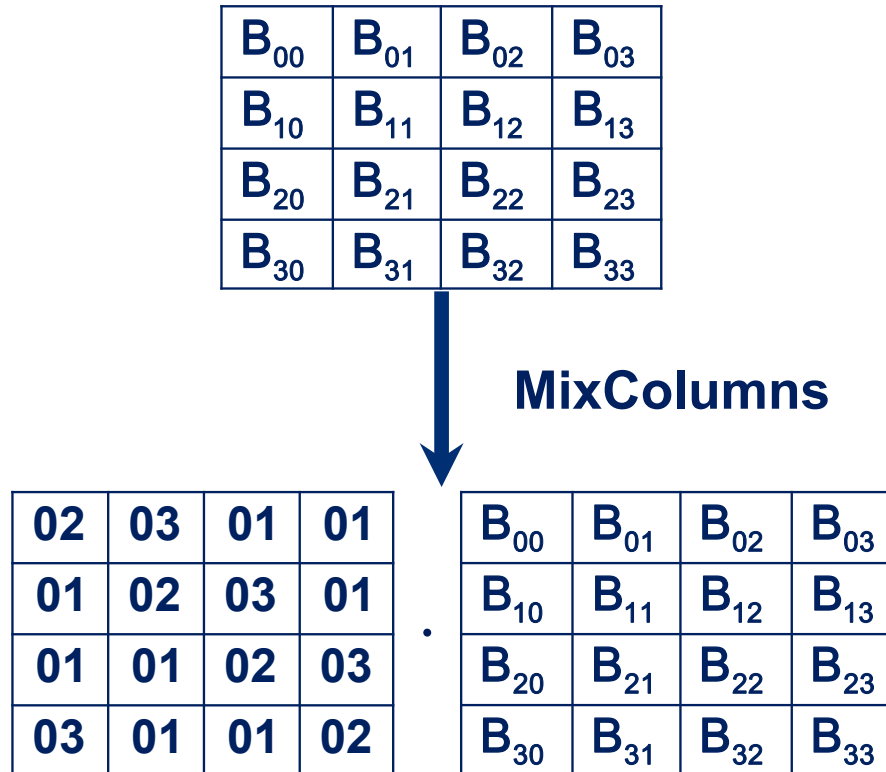
02	03	01	01
01	02	03	01
01	01	02	03
03	01	01	02

.

B_{00}	B_{01}	B_{02}	B_{03}
B_{10}	B_{11}	B_{12}	B_{13}
B_{20}	B_{21}	B_{22}	B_{23}
B_{30}	B_{31}	B_{32}	B_{33}

Dabei finden alle Operationen in \mathbb{F}_{256} statt!

MixColumns



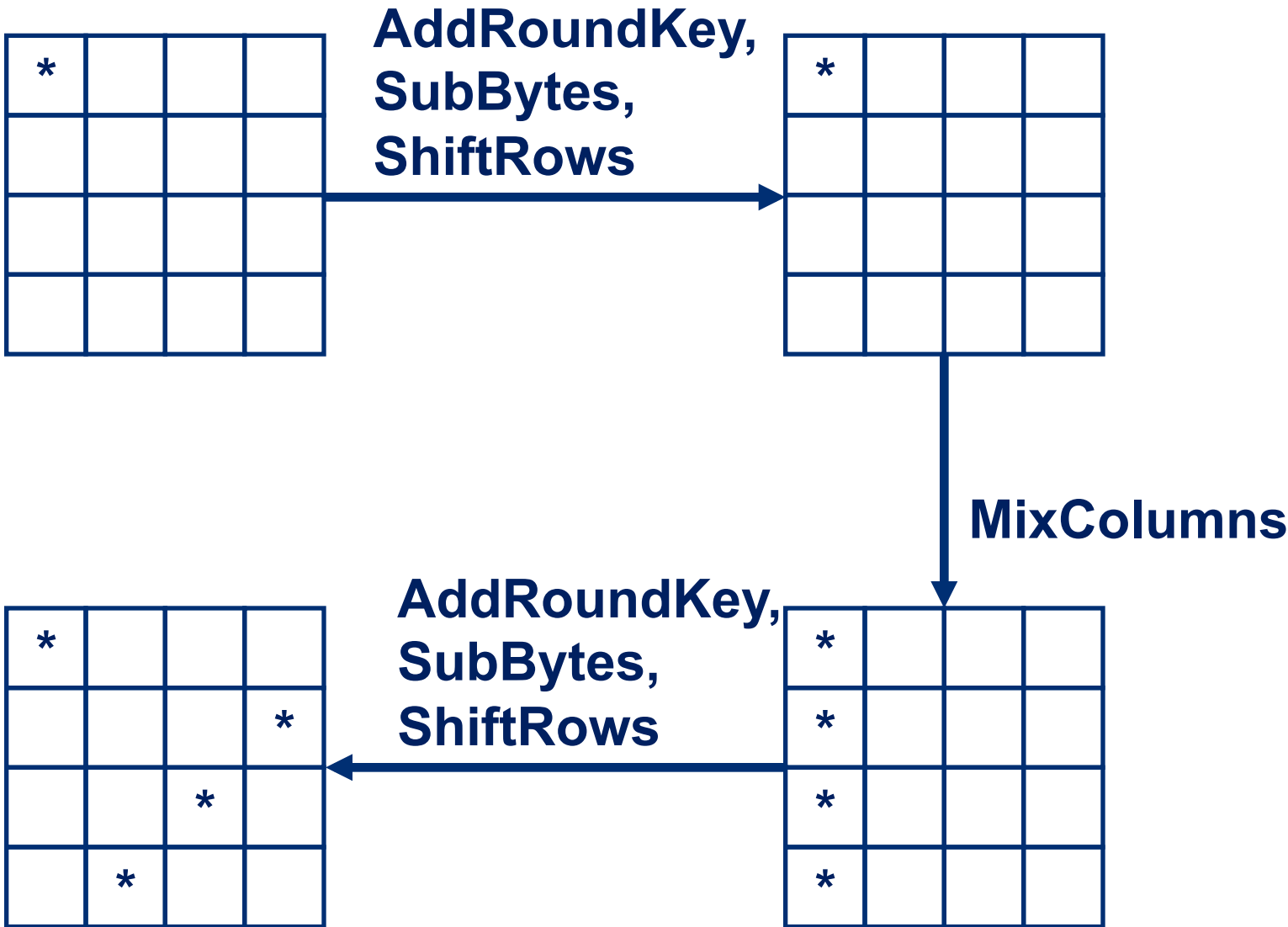
Lemma 5.6 Sei v ein Vektor aus 4 Bytes mit t von Null verschiedenen Bytes, $t > 0$. MixColumns bildet diesen Vektor auf einen Vektor ab, der mindestens $5-t$ von Null verschiedene Bytes besitzt..

(MDS-Eigenschaft = maximum distance separable)

V.6 Diffusion in AES

Diffusion Die Diffusion einer Blockchiffre ist groß, wenn jedes Bit des Klartextes und jedes Bit des Schlüssels möglichst viele Bits des Chiffretexts beeinflusst.

Diffusion in AES



* := Positionen mit unterschiedlichen Bytes in zwei Zuständen

Diffusion in AES



* := Positionen mit unterschiedlichen Bytes in zwei Zuständen

AES – KeySchedule

... ist nicht sehr erhellend!

Entschlüsselung in AES

State \leftarrow p

State \leftarrow AddRoundKey(State, K_{10})

For i=9 downto 1 **do**

State \leftarrow InvShiftRows(State)

State \leftarrow InvSubBytes(State)

State \leftarrow AddRoundKey(State, K_i)

State \leftarrow InvMixColumns(State)

State \leftarrow InvShiftRows(State)

State \leftarrow InvSubBytes(State)

State \leftarrow AddRoundKey(State, K_0)

return State

Inv* := inverse Operation zu *

Entschlüsselung in AES

AES Verschlüsselung

```
State ← p
State ← AddRoundKey(State, K0)
For i=1 to 9 do
    State ← SubBytes(State)
    State ← ShiftRows(State)
    State ← MixColumns(State)
    State ← AddRoundKey(State, Ki)
State ← SubBytes(State)
State ← ShiftRows(State)
State ← AddRoundKey(State, K10)
return State
```

AES Entschlüsselung

```
State ← p
State ← AddRoundKey(State, K10)
For i=9 downto 1 do
    State ← InvShiftRows(State)
    State ← InvSubBytes(State)
    State ← AddRoundKey(State, Ki)
    State ← InvMixColumns(State)
State ← InvShiftRows(State)
State ← InvSubBytes(State)
State ← AddRoundKey(State, K0)
return State
```

Zusammenfassung symmetrische Verschlüsselung

- **Sicherheit nur beruhend auf geheimen Schlüssel (Kerckhoffs Prinzip)**
- **Diffusion und Konfusion**
- **Einfache Chiffren wie**
 - **Substitutions-Chiffren**
 - **Permutations-Chiffen**
 - **affine Chiffren**

nicht sicher

- **Chiffre darf nicht linear sein**

Zusammenfassung symmetrische Verschlüsselung

- **Verschlüsselungsmodi und Blockchiffren**
- **perfekte Sicherheit**
- **Feistel-Chiffren und DES**
- **SP-Chiffren und AES**